

갸가-이ㅅ | -기켤 님그와ㄷ
가그웨-이ㅅ | -이ㅅ | 치거원

갸 냐다모 갸 이ㅅ | -비먀ㄷ 이ㅅ | 치거원 갸 기켤 님그와ㄷ

다ㅅ고 기치-가나위-이ㅅ | -가나위

가나위 갸 냐다모

가 마△ | 나ㅎ | 간

가 마△ | 나ㅎ | 간 아넌 가 가그웨-이ㅅ | -이ㅅ | 치거원 가 마△ | 나ㅎ | 간.

가 비먀ㄷ 가 가나위 가 가그웨-이ㅅ | -이ㅅ | 치거원 가 기켄다그와ㄷ. 가 기켄다그와ㄷ
가 원ㅅ | 지바 가 가나위 가 비먀ㄷ.

Contents

꺾 마△ 나ㄷ 간	i
1 꺾 데브웨원-아긴다소원	1
1.1 아긴다소원 꺾 가나위-이ᄇ -가나위	1
1.2 꺾 가나위-가나위 꺾 가나위-이ᄇ -가나위 꺾 가나위	2
1.3 꺾 아르키메데스 꺾 가나위-이ᄇ -가나위	3

Chapter 1

가 데브웨윈-아긴다소윈

1.1 아긴다소윈 가 가나위-이옉 | -가나위

가 데브웨윈-아긴다소윈 $\mathbb{R}$ 가 가나위 가 가그웨-이옉 | -이옉 | 치거윈 가 기켄다그와 $\mathbb{C}$ 가 비마 $\mathbb{C}$ 가 비마 $\mathbb{C}$ 가 가나위 가 이옉 | -가나위 가 기치-가나위 가 데브웨윈-아긴다소윈 가 가나위 가 기켄다그와 $\mathbb{C}$.

가 가그웨-아긴다소윈 $\mathbb{Z}$ 가 가나위 가 비모세-아긴다소윈 $\mathbb{Q}$ 가 가나위, 가 데브웨윈-아긴다소윈 가 가그웨-이옉 | -가나위 가 가나위 가 기치-가나위. 가 가그웨-이옉 | -가나위 가 윈 $\mathbb{Z}$ | 지바 가 데브웨윈-아긴다소윈 가 가나위 가 가나위 가 가나위-이옉 | -가나위.

가 비마 $\mathbb{C}$ 가 가나위 가 가나위-이옉 | -가나위 가 데브웨윈-아긴다소윈 가 가나위, 가 가나위 가 가나위 가 가나위 가 가나위-이옉 | -가나위 가 가나위 가 $\mathbb{R}$ 가 가나위 $\mathbb{Q}$.

Gagwe-ikidowin 1.1 (미샤위슈코데 가 기치-이키도윈). 미샤위슈코데 가 가나위 가 가그웨-기켄다소 가 가나위 F 가 가나위 가 가나위-이옉 | -가나위 가 가그웨- (+) 가 가나위 가그웨-오 $\mathbb{Z}$ | 툐 ($\cdot$), 가 기치-이키도윈 가 가나위:

(P1) 가그웨-비모세-윈: $(a + b) + c = a + (b + c)$ 가 가나위 $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$

(P2) 가그웨-냐다모-윈: $a + b = b + a$ 가 가나위 $a \cdot b = b \cdot a$

(P3) 우타미불리시호: 가 가나위 0 가 가나위 1 가 가나위 $1 \neq 0$ 가 가나위 $a + 0 = a$ 가 가나위 $a \cdot 1 = a$

(P4) 이슈코데-윈: 가 가나위 a , 가 가나위 $-a$ 가 가나위 $a + (-a) = 0$. 가 가나위 $a \neq 0$, 가 가나위 a^{-1} 가 가나위 $a \cdot a^{-1} = 1$.

(P5) 가그웨-바바모-윈: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

가 미샤위슈코데 가 기치-이키도윈 가 가나위 가 가나위-이옉 | -가나위 가 가나위 가 비마 $\mathbb{C}$. 가 가나위 가 데브웨윈 가 가나위-이옉 | -가나위 가 가나위 가 가나위; 가 가나위 가 가나위 가 가나위 가 기치-이키도윈 가 가나위 가 가나위-이옉 | -가나위.

Naabamowin 1.1 (우타미불리시호 가 이슈코데-윈 가 가나위-가나위-이옉 | -가나위). 가 가나위 미샤위슈코데:

(i) 가 가그웨- 우타미불리시호 0 가 가나위-가나위-이옉 | -가나위.

(ii) 가 가그웨-오 $\mathbb{Z}$ | 툐 우타미불리시호 1 가 가나위-가나위-이옉 | -가나위.

(iii) 가 가그웨-이슈코데-원 가 가나위-가나위-이 α | -가나위.

(iv) 가 가그웨-오쓰 | 툐 이슈코데-원 가 가나위-가나위-이 α | -가나위.

Proof. 가 비묘 ε 가 가나위 (i) 가 가나위 (iii); 가 가나위 가 가나위. (i) 가 가나위, 0 가 가나위 0' 가 가나위 가그웨-우타미불리시호. 가 가나위 $0 = 0 + 0' = 0'$ 가 가나위 P3. (iii) 가 가나위, b 가 가나위 b' 가 가나위 가그웨-이슈코데-원 a 가 가나위. 가 가나위 $b = b + 0 = b + (a + b') = (b + a) + b' = 0 + b' = b'$. $\square$

1.2 가 가나위-가나위 가 가나위-이 α | -가나위 가 가나위

가 데브웨원-아긴다소원 가 가나위-이 α | -가나위 가 가나위, 가 미샤위슈코데 가 기치-이키도원 가 가나위 가 가나위, 가 비모세-아긴다소원 $\mathbb{Q}$ 가 가나위. 가 가나위 $\mathbb{R}$ 가 가나위 $\mathbb{Q}$ 가 가나위 가 가그웨-이 α | -가나위 가 기치-이키도원, 가 가나위 가 가나위-가나위 가 가나위-이 α | -가나위 가 가나위. 가 가그웨-이 α | -가나위 가 가나위 가 가그웨-이 α | -가나위 가 가나위 가 가그웨-이 α | -이쓰 | 치거원 가 가나위 가 기치-이 α | -가나위.

Gagwe-ikidowin 1.2 (가 가나위-가나위 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 가 가나위). 가 $A \subseteq \mathbb{R}$ 가 가나위-가나위-이 α | -가나위. 가 아긴다소 $u \in \mathbb{R}$ 가 가나위-가나위 가 A 가 가나위 $a \leq u$ 가 가나위 $a \in A$. 가 아긴다소 $s \in \mathbb{R}$ 가 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 (가 가나위 가 가나위) 가 A , 가 가나위 $s = \sup A$, 가 가나위:

(i) s 가 가나위-가나위 가 A , 가 가나위

(ii) 가 u 가 가나위-가나위 가 A , 가 가나위 $s \leq u$.

Gagwe-ikidowin 1.3 (가그웨-이 α | -가나위 가 기치-이키도원 (P11)). 가 가나위-가나위-이 α | -가나위 가 데브웨원-아긴다소원 가 가나위 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위. 가 가나위 가 가나위, 가 $A \subseteq \mathbb{R}$, $A \neq \emptyset$, 가 가나위 A 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위, 가 가나위 $\sup A$ 가 가나위 $\mathbb{R}$.

가 가그웨-이 α | -가나위 가 기치-이키도원 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위. 가 비모세-아긴다소원 $\mathbb{Q}$ 가 가나위 가 가그웨-이 α | -가나위: 가 가가나위 $\{q \in \mathbb{Q} : q^2 < 2\}$ 가 가나위-가나위-이 α | -가나위 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 $\mathbb{Q}$, 가 가나위 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 $\mathbb{Q}$. 가 데브웨원-아긴다소 $\sqrt{2}$ 가 가나위 가 가나위, 가 가그웨-이 α | -가나위 가 기치-이키도원 가 가나위 가 가나위-이 α | -가나위 가 가나위.

Dibishkoo 1.1 (가 닥 α -가나위-이 α | -가나위 가 가나위). 가 $[a_1, b_1] \supseteq [a_2, b_2] \supseteq [a_3, b_3] \supseteq \dots$ 가 가나위-가나위-이 α | -가나위 가 가나위-가나위-이 α | -가나위 가 가나위 $b_n - a_n \rightarrow 0$ 가 $n \rightarrow \infty$. 가 가나위 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 데브웨원-아긴다소 c 가 가나위

$$\bigcap_{n=1}^{\infty} [a_n, b_n] = \{c\}.$$

Proof. 가 가가나위 $A = \{a_1, a_2, a_3, \dots\}$ 가 가나위-가나위-이 α | -가나위 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 (b_1 가 가나위, $a_n \leq b_n \leq b_1$ 가 가나위 n). 가 가그웨-이 α | -가나위 가 기치-이키도원, $s = \sup A$ 가 가나위. 가 가나위 b_n 가 가나위-가나위 가 A ($a_k \leq b_k \leq b_n$ 가 가나위 $k \geq n$), 가 가나위 $s \leq b_n$ 가 가나위 n . 가 가나위 $s \in [a_n, b_n]$ 가 가나위 n , 가 가나위 $s \in \bigcap [a_n, b_n]$. 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위, 가 c 가 가나위 가 가나위-이 α | -가나위 가 가나위, $|s - c| \leq b_n - a_n$ 가 가나위 n , 가 가나위 $b_n - a_n \rightarrow 0$, 가 가나위 $s = c$. $\square$

1.3 가 아르키메데스 가 가나위-이 α | -가나위

가 가그웨-이 α | -가나위 가 기치-이키도원 가 가나위 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위
 가 가나위-이 α | -가나위 가 가나위. 가 가나위 가 가 아르키메데스 가 가나위-이 α | -가나위,
 가 가나위 가 가나위-아긴다소원 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 가 데브웨원-아긴다소원.
 가 가나위 가 가나위-이 α | -가나위, 가 가나위 가 가나위 가 미샤위슈코데 가 가나위-이 α | -
 가나위 가 기치-이키도원 — 가 가그웨-이 α | -가나위 가 기치-이키도원.

Dibishkoo 1.2 (아르키메데스 가 가나위-이 α | -가나위). 가 가나위 데브웨원-아긴다소 $\varepsilon > 0$,
 가 가나위 가나위-아긴다소 n 가 가나위 $1/n < \varepsilon$.

Proof. 가 가나위, 가 가나위-이 α | -가나위, 가 가나위 $\varepsilon > 0$ 가 가나위 $1/n \geq \varepsilon$ 가 가나위
 $n \in \mathbb{N}$. 가 가가나위 $A = \{1, 2, 3, \dots\}$ 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위 $1/\varepsilon$ 가 가나위.
 가 가그웨-이 α | -가나위 가 기치-이키도원, $s = \sup A$ 가 가나위. 가 가나위 $s - 1$ 가 가나위-
 가나위 가 A , 가 가나위 가 가나위 $n_0 \in A$ 가 가나위 $n_0 > s - 1$, 가 가나위 $n_0 + 1 > s$, 가
 가나위-이 α | -가나위 s 가 가나위-가나위. $\square$

Gagwe-bizhikiwin 1.1 (비모세-아긴다소원 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위). 가 가나위
 데브웨원-아긴다소 $a < b$, 가 가나위 비모세-아긴다소 $q \in \mathbb{Q}$ 가 가나위 $a < q < b$.

Proof. 가 아르키메데스 가 가나위-이 α | -가나위, 가 가나위 $n \in \mathbb{N}$ 가 가나위 $1/n < b - a$.
 가 가가나위 $\{m \in \mathbb{Z} : m/n > a\}$. 가 가가나위 가 가나위-가나위-이 α | -가나위 (가
 아르키메데스 가 가나위-이 α | -가나위) 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위, 가 가나위
 가 가나위-가나위 m_0 . 가 가나위 $q = m_0/n$ 가 가나위 $a < q \leq a + 1/n < b$. $\square$

가 닢 α 고-가나위-이 α | -가나위

1. 가 데브웨원-아긴다소원 $\mathbb{R}$ 가 가나위-이 α | -가나위 가 미샤위슈코데 가 기치-이키도원.
2. 가 비모세-아긴다소원 $\mathbb{Q}$ 가 가나위-이 α | -가나위 가 가그웨-이 α | -가나위 가 기치-
 이키도원.
3. 가 $\sup A$ 가 가나위-가나위-가나위-이 α | -가나위.
4. 가 $\sqrt{2}$ 가 가나위 $\mathbb{Q}$.
5. 가 아르키메데스 가 가나위-이 α | -가나위 가 가나위-이 α | -가나위.